

## Los números Naturales y sus operaciones

Las antiguas civilizaciones mesopotámicas representaban los números naturales mediante marcas cuneiformes, que significa figura de cuña y es una pieza terminada en forma de ángulo diedro muy agudo. Su forma se debía a la presión ejercida por la punta de la caña sobre la tablilla de arcilla blanda. La primera operación aritmética conocida fue la suma, utilizando objetos concretos que estuvieran al alcance de la mano: o bien sumaban amontonando piedrecitas o bien formando nudos en una cuerda como hacían los incas.

Los números Naturales: Al conjunto de los números naturales se lo representa con la letra  $\mathbb{N}$

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots, 10, 11, \dots, 100, 101, \dots\}$$

Los números naturales nos sirven para contar: los días de la semana, los alumnos de una clase, el número de estrellas que vemos en el cielo. Además nos sirven para ordenar: decimos que Júpiter es el 1º planeta en tamaño del sistema solar o que tal persona es la 2ª más alta de su familia.

Los números naturales se pueden sumar y multiplicar y el resultado de esas operaciones es también un número natural. En cambio no ocurre lo mismo con la resta y la división.

### 1 - Propiedades de la suma y la multiplicación:

#### Asociativa 1:

Suma:  $(a + b) + c = a + (b + c)$

multiplicación:  $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

#### Conmutativa 2:

Suma:  $a + b = b + a$

multiplicación:  $a \cdot b = b \cdot a$

#### Existencia del elemento neutro 3:

Suma: es el 0 pues  $a + 0 = a$

multiplicación: es el 1 pues  $a \cdot 1 = a$

#### Distributiva del producto con respecto a la suma y la resta 4:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$$

Ejemplos:

Gracias a las propiedades asociativa y conmutativa, podemos efectuar largas sumas con facilidad, modificando el orden y asociando los sumandos según convenga:

$$40 + 19 + 60 = (40 + 60) + 19 = 100 + 19 = 119$$

$$99 + 15 + 1 = (99 + 1) + 15 = 115$$

La propiedad distributiva nos permite realizar diversas tácticas según nuestras necesidades:

- ◆ Sacar factor común:  $24 \cdot 3 + 24 \cdot 5 + 24 \cdot 2 = 24 \cdot (3 + 5 + 2) = 24 \cdot 10 = 240$
- ◆ Deshacer paréntesis:  $4 \cdot (5 + 3x + 2x^2) = 4 \cdot 5 + 4 \cdot 3x + 4 \cdot 2x^2 = 20 + 12x + 8x^2$

### 2 - Propiedad distributiva de la división:

Si  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$  son números naturales cualesquiera se cumple:

$$(a + b) : c = a : c + b : c$$

$$(a - b) : c = a : c - b : c$$

Siempre que las divisiones que resulten sean posibles (su cociente sea un número natural), esto quiere decir que el resto es cero o es una división exacta.

Aclaración: como la división no es conmutativa solo es posible la distributiva por derecha y no por izquierda.

Para saber hacer:

Si en un cálculo aparecen sumas, restas, multiplicaciones y divisiones, se resuelven:

- 1- las operaciones encerradas entre paréntesis.
- 2- las multiplicaciones y divisiones en el orden en el que aparecen
- 3- las sumas y las restas en el orden en el que aparecen

Ejemplos:

$$a) 8 - 5 + 4 - 3 + 7 = 3 + 4 - 3 + 7 = 7 - 3 + 7 = 4 + 7 = 11$$

$$b) 5 \cdot 4 - 8 + 30 : 5 = 20 - 8 + 6 = 12 + 6 = 18$$

También se puede operar quitando el paréntesis como aplicación de la propiedad distributiva del producto respecto a la suma. Si hay varios paréntesis, uno dentro de otros, se comienza efectuando los de dentro.

Ejemplos:

$$a) 7 - (5 - 3) = 7 - 2 = 5$$

$$b) 24 - 3 \cdot (2 + 4) = 24 - 3 \cdot 6 = 24 - 18 = 6$$

**Efectúa las siguientes operaciones paso a paso y mencione lo efectuado**

$$a) 12 + 8 : 2 + (18 - 9) \cdot 3 =$$

$$b) (12 + 8) : (2 + 18) + 9 \cdot 3 =$$

$$c) 5 \cdot [4 + (7 - 3) \cdot 3] =$$

$$d) (8 - 4) : 2 + (16 - 4) : 3 - (18 : 6) =$$

$$e) 4 \cdot 3 : 2 + (17 + 3) : (2 + 3)$$

### **Potenciación y Radicación de números Naturales**

La potencia natural de un número natural no es más que una multiplicación reiterada.

Simbólicamente:  $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_{n \text{ veces}}$  siendo a y n números naturales.

Al número a se le llama base de la potencia, mientras que a n se le llama exponente de la potencia.

Ejemplos: Calcula las siguientes potencias: a)  $2^5$                       b)  $4^1$                       c)  $3^4$

$$a) 2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$$

$$b) 4^1 = 4$$

$$c) 3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$$

Todo número distinto de cero elevado al exponente cero es igual a 1:  $a^0 = 1$

$$\text{Ejemplos: } 120^0 = 1 \quad 10^0 = 1 \quad 16540^0 = 1$$

Todo número elevado al exponente 1, es igual a ese mismo número, por eso el exponente 1 por general no se escribe:  $a^1 = a$

$$\text{Ejemplos: } 12^1 = 12 \quad 4^1 = 4 \quad 1645^1 = 1645$$

Las propiedades de las potencias naturales de exponente natural son las siguientes:

**1) Multiplicación de potencias de la misma base es otra potencia se la misma base y cuyo exponente es la suma de los exponentes**

**Simbólicamente:  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$**

Ejemplo: Expresa como una sola potencia la multiplicación de potencias:  $2^4 \cdot 2^3 \cdot 2 \cdot 2^2$

$$2^4 \cdot 2^3 \cdot 2 \cdot 2^2 = 2^{4+3+1+2} = 2^{10}$$

2) División de potencias de igual base, es otra potencia de la misma base cuyo exponente es la diferencia de los exponentes.

**Simbólicamente:**  $a^m : a^n = a^{m-n}$ , siempre que  $m > n$

Ejemplo:  $2^6 : 2^2 = 2^4$

3) Potencia de una potencia es otra potencia de igual base y cuyo exponente es la multiplicación de los exponentes.

**Simbólicamente:**  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Ejemplo Calcula las siguientes potencias de potencias:  $(2^3)^2$  y  $(a^b)^2$

$(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2} = 2^6 = 64$

$(a^b)^2 = a^{2 \cdot b}$

4) Distributiva de la potenciación con respecto de la multiplicación y división

**Simbólicamente:**  $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$  y  $(a : b)^n = a^n : b^n$

Ejemplos:  $(3 \cdot 2)^3 = 3^3 \cdot 2^3 = 27 \cdot 8 = 216$

$(6 : 2)^2 = 6^2 : 2^2 = 36 : 4 = 9$

o bien:  $3^3 \cdot 2^3 \cdot 5^3 = (3 \cdot 2 \cdot 5)^3 = 30^3$

**1) Expresa como una sola potencia las siguientes multiplicaciones:**

a)  $5^2 \cdot 5^3 \cdot 5^5 =$

b)  $x^4 \cdot x^3 \cdot x \cdot x^{12} =$

c)  $3^x \cdot 3^x \cdot 3^x =$

**2) Quita paréntesis y reduce:**

a)  $(x^2 \cdot y^3)^5 =$

b)  $(5^{a^2} b^3)^2 =$

c)  $(x^2)^2 \cdot (x^3)^3 \cdot x =$

d)  $(a^2)^3 \cdot b \cdot a^4 \cdot (b^4)^2 =$

e)  $[(3^2)^3]^5 =$

La radicación es la operación inversa a la potenciación. Encontrar la raíz enésima de un número consiste en encontrar otro número que elevado a la potencia n nos dé como resultado el número original.

Simbólicamente:  $\sqrt[n]{a} = b$  si ocurre que  $b^n = a$

A la expresión  $\sqrt[n]{a}$  se la llama raíz o radical. En ella, al número a se le llama radicando y a n índice de la raíz.

Ejemplos:

$\sqrt{16} = 4$  porque  $4^2 = 16$ ;  $\sqrt[3]{125} = 5$  porque  $5^3 = 125$ ;  $\sqrt[4]{81} = 3$  porque  $3^4 = 81$

La radicación cumple las mismas propiedades que la potenciación.

### Operaciones Combinadas.

Para resolver una operación combinada debemos tener en cuenta lo siguiente:

- 1- Identificamos los términos
- 2- Resolvemos las operaciones que están entre paréntesis (cuando los haya identificamos y resolvemos los términos dentro de éstos.
- 3- Resolvemos potencias y raíces
- 4- Resolvemos multiplicaciones y divisiones
- 5- Por último, resolvemos sumas y restas.

Resuelvan los siguientes cálculos

- a)  $9(3.5 - 14)^2 + \sqrt{36} : 2 - 4^0 \cdot 5 =$   
 b)  $7^2 : (4 + 3) + 14 + 4 : 2 =$   
 c)  $\sqrt[3]{125} \cdot (2 + 1) + 9^0 \cdot 3 - (13 - 3) : 2 =$   
 d)  $\sqrt{51.2 - 2} - 2^4 : 2 + (3.3 - 2)^2 =$   
 e)  $\sqrt[3]{3 + 6.4} - (8 - 2^3) + (3 + 2.3)^2 =$   
 f)  $2 \cdot [79 - 8.3^2 + \sqrt{16}] - 10 =$   
 g)  $3 + \sqrt[3]{3^2 - (\sqrt{16} - 3)} - 4 : 2^2 =$

## Números Enteros

Ya las antiguas civilizaciones hindú y árabe observaron que algunos problemas numéricos no tenían solución entre los números hasta entonces conocidos. Esto ocurría por ejemplo con las deudas monetarias a las cuales presentaban con el signo “-” delante del número. Por ejemplo -100, indicaba una deuda de 100 monedas.

El conjunto de números enteros se designa  $Z$ , este conjunto esta formado por:

- ◆ Enteros positivos ( $Z^+$ ): +1, +2, +3,... (que también se anotan: 1, 2, 3...)
- ◆ El cero: 0
- ◆ Enteros Negativos ( $Z^-$ ): -1, -2, -3, -4,...

Se llama valor absoluto de un número entero  $a$  y se lo indica  $|a|$  (se lee: valor absoluto de  $a$ ), a la distancia desde el número hasta cero.

Ejemplo:  $|5| = 5$                        $|-8| = 8$                        $|0| = 0$                        $|-5| = 5$

### Suma de Números enteros:

Regla practica para sumar dos números enteros:

- Si tienen el mismo signo, sumamos los valores absolutos y le asignamos al resultado dicho signo. Ejemplo:  $-5 + (-1) = -6$
- Si tienen distintos signos, restamos sus valores absolutos y le asignamos al resultado el signo del número de mayor valor absoluto. Ejemplo:  $8 + (-2) = 6$   
 $7 + (-10) = -3$

### Resta de Números enteros:

Restar un número entero es lo mismo que sumar su opuesto, es decir:

$$a - b = a + (-b) \quad \text{y} \quad a - (-b) = a + b$$

Ejemplos:  $12 - 20 = 12 + (-20) = -8$  ;     $-30 - (-10) = 30 + 10 = 40$

### **Resuelvan las siguientes operaciones**

- |                           |                                  |
|---------------------------|----------------------------------|
| a) $150 - (14 - 6) =$     | e) $40 + 35 + 3 - 10 - 9 =$      |
| b) $(11 - 5) - (9 - 3) =$ | f) $3 - 2 - (-8) + 4 - 10 - 6 =$ |
| c) $(4 - 3) + (5 - 2) =$  | g) $-(-10) + (-8) - 3 + (-1) =$  |
| d) $(9 - 4) - (9 + 4) =$  | h) $-1 - 2 - 3 + (-6) - (-4) =$  |

### Multiplicación y división de Números enteros:

Para multiplicar y para dividir **dos números enteros** debemos tener en cuenta esta regla:

- Si los dos tienen el mismo signo, el resultado es positivo.



**Calcule cada una de las siguientes potencias:**

a)  $(-8)^2 =$

d)  $(-2)^5 =$

f)  $(-1)^0 =$

b)  $(-10)^3 =$

e)  $(+3)^3 =$

Radicación de Números enteros:

La radicación es una operación entre dos números a y n llamados base e índices, respectivamente:  $\sqrt[n]{a}$  y se define como  $\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$

Ejemplos:  $\sqrt[3]{8} = 2$       pues  $2^3 = 8$

$\sqrt[3]{-8} = -2$       pues  $(-2)^3 = -8$

$\sqrt[4]{-16}$

No es posible en Z pues ningún número entero elevado a exponente **par** da por resultado en número negativo

$\sqrt[4]{16} = \pm 2$       pues  $\begin{cases} (+2)^4 = 16 \\ (-2)^4 = 16 \end{cases}$

**Regla de los signos:** Si el índice es impar la raíz tiene el mismo signo del radicando.

Si el índice es par y el radicando es positivo, las raíces son dos números opuestos.

Si el índice es par y el radicando es negativo, la raíz es imposible en Z.

**Calcula las siguientes raíces:**

a)  $\sqrt[3]{1000} =$

b)  $\sqrt[4]{16} =$

c)  $\sqrt[5]{-32} =$

d)  $\sqrt[6]{64} =$

e)  $\sqrt[3]{-125} =$

**Operaciones Combinadas:**

a)  $(-1)^3 - 3 \cdot \sqrt{16 + (-3)^2} - 2 \cdot [3 \cdot (-4) + 12 : (-6)] =$

b)  $(-3) \cdot (-2)^3 + \sqrt[3]{8} : \sqrt[3]{-1} + (-3 \cdot 6) : (-1)^7 =$

c)  $\sqrt[3]{-54} : 2 + (-2 \cdot 3 + 3^2)^0 - (-4)^1 =$

d)  $(-7 + 5)^4 : 2^3 - \sqrt{25} \cdot (-2) =$

e)  $(-3)^3 : \sqrt{9} - 12 : (-2)^2 + \sqrt{64} =$

f)  $[(-7) - (-1)^2]^2 : (-2)^3 - (-16) : 2 =$

g)  $3 \cdot (-2 + 6 \cdot (-3)) : (-4) + (-3)^0 - 4 \cdot (-2) =$

h)  $\sqrt[3]{2 + 3 \cdot 2} - 2^2 + 3 : (-5 + 4) - \sqrt{9 + 16} =$

i)  $(3 - 2 + 5)^0 - (-2)^3 + 4 \cdot (-3) - 5 \cdot (-4 + 4) - \sqrt{9 + 16} =$

j)  $\sqrt[3]{(-2)^2 + (-2)^2} + 1 - (-3) + (-4 + 6)^3 : (-2) =$

## Números Racionales

El cociente entre dos números enteros a y b (con b distinto de cero) representa un número racional. Para simbolizarlos se lo escribe del siguiente modo:

$\frac{a}{b} \rightarrow$  Numerador de la fracción

$b \rightarrow$  Denominador de la fracción

El conjunto de los números racionales está formado por el conjunto de los números enteros y los números fraccionarios y se representan con la letra Q. Los números racionales pueden expresarse mediante una fracción o una expresión decimal,

Ejemplos:  $2 = \frac{4}{2}$        $0,5 = \frac{1}{2}$        $-5 = \frac{-15}{3}$        $1,4 = \frac{7}{5}$        $0 = \frac{0}{9}$

Simplificación de Fracciones:

Para simplificar fracciones dividimos al numerador y al denominador por el mismo número. Ejemplo:  $\frac{120}{210}$  puede simplificarse por 5; entonces  $\frac{120 : 5}{210 : 5} = \frac{24}{42}$ .

Podemos seguir simplificando esta fracción hasta obtener una fracción irreducible.

Operaciones con Números Racionales:

**Adición:**

**Definición:**  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{b.d}$

Ejemplos: A)  $\frac{3}{5} + \frac{2}{7} = \frac{3.7 + 2.5}{5.7} = \frac{21 + 10}{35} = \frac{31}{35}$   
 B)  $\frac{5}{12} + \frac{3}{8} = \frac{5.8 + 3.12}{12.8} = \frac{40 + 36}{96} = \frac{76}{96}$

Cuando aplicamos la definición debemos simplificar el resultado, siempre que sea posible. En los ejemplos anteriores es posible simplificar el ejemplo B.

**Calcula las siguientes sumas:**

a)  $\frac{7}{24} + \frac{5}{12} =$

d)  $\frac{9}{5} + \frac{1}{6} + \frac{3}{10} + \frac{7}{15} =$

b)  $\frac{7}{5} + \frac{8}{15} + \frac{11}{60} =$

e)  $\frac{7}{20} + \frac{3}{40} + \frac{1}{80} + \frac{3}{15} =$

c)  $\frac{3}{8} + \frac{1}{6} + \frac{5}{12} =$

Sustracción de números Racionales:

**Regla:** Para restar dos números racionales, se suma al primero el opuesto del segundo.

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a}{b} + \left( -\frac{c}{d} \right)$$

Ejemplo:  $-\frac{3}{4} - \left( -\frac{5}{3} \right) = -\frac{3}{4} + \frac{5}{3} = \frac{-3.3 + 5.4}{12} = \frac{-9 + 20}{12} = \frac{11}{12}$

**Realiza las siguientes operaciones:**

a)  $\frac{3}{8} - \frac{1}{12} =$

c)  $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} - 1 =$

d)  $-2 + \frac{5}{3} + \frac{2}{3} - \frac{7}{6} =$

b)  $4 - \frac{7}{2} =$

d)  $\frac{3}{8} - \frac{1}{4} - \frac{5}{2} =$

Multiplicación de números racionales

**Definición:**  $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a.b}{c.d}$

Ejemplo:  $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 7} = \frac{6}{35}$

Cuando sea posible, conviene simplificar (numerador con denominador) antes de realizar la operación

Ejemplo:  $\frac{12}{35} \cdot \frac{25}{36} = \frac{1 \cdot 5}{7 \cdot 3} = \frac{5}{21}$

**La regla de los signos es la misma que enunciamos para la multiplicación de números enteros.**

**Calcula los siguientes productos:**

a)  $\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{7} =$

d)  $\frac{24}{45} \cdot \frac{36}{32} \cdot \frac{33}{81} \cdot \frac{15}{55} =$

b)  $-3 \cdot \frac{4}{9} =$

e)  $-\frac{16}{49} \cdot \frac{14}{18} \cdot \frac{35}{72} \cdot \left(-\frac{27}{25}\right) =$

c)  $\frac{12}{35} \cdot \frac{21}{30} \cdot \frac{25}{18} =$

División de números racionales

**Regla:** Para dividir dos números racionales, se multiplica el primero por el inverso del segundo y se simplifica el resultado siempre que sea posible

En símbolo:  $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$

**Calcula los siguientes cocientes:**

a)  $\frac{3}{4} : \frac{7}{8} =$

d)  $-\frac{4}{9} : \left(-\frac{10}{15}\right) =$

b)  $\frac{5}{12} : \frac{5}{6} =$

e)  $\frac{7}{8} : \left(-\frac{14}{20}\right) =$

c)  $-\frac{4}{5} : \frac{6}{25} =$

Potenciación de números racionales

**1) Potencia de exponente natural**

Para la potencia de exponente natural sigue siendo válida la definición general de potencia enésima, que se dio para números enteros.

**En símbolo:**  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

También son válidas las definiciones para la potencia de exponente cero y de exponente uno.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1 \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^1 = \frac{a}{b}$$

La regla de los signos es la misma que enunciamos para la potenciación de números enteros.



Ejemplos:  $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$

$\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

$\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{8}{27}$

**2) Potencia de exponente negativo:**

Toda potencia de exponente negativo se puede transformar en una potencia cuya base es la inversa de la base dada de la potencia

En símbolo:  $a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$

Ejemplos:

a)  $4^{-3} = \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}$

c)  $\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$

b)  $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-5} = (-2)^5 = -32$

**Radicación de números racionales**

La definición general de raíz enésima de números enteros sigue siendo válida para los racionales.

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{x}{y} \Leftrightarrow \left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{a}{b}$$

**Regla practica:**

$$\boxed{\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}}$$

**La regla de los signos es la misma que hemos enunciado para la radicación de números enteros**

Ejemplos:  $\sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5}$       pues  $\left(\pm\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$

$\sqrt[3]{-\frac{27}{243}} = -\frac{3}{7}$       pues  $\left(-\frac{3}{7}\right)^3 = -\frac{27}{243}$

**Calcula las siguientes potencias:**

a)  $\left(-\frac{5}{7}\right)^3 =$

c)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} =$

b)  $\left(\frac{3}{2}\right)^2 =$

d)  $\left(\frac{9}{5}\right)^{-1} =$

e)  $\left(-\frac{1}{4}\right)^{-4} =$

**Calcula las siguientes raíces:**

$$\text{a) } \sqrt[3]{-\frac{8}{27}} =$$

$$\text{c) } \sqrt[5]{-100000} =$$

$$\text{d) } \sqrt[3]{\frac{1}{64}} =$$

$$\text{b) } \sqrt{\frac{4}{36}} =$$

$$\text{d) } \sqrt[4]{\frac{216}{81}} =$$

### Expresión decimal de un número Racional

Todo número racional puede expresarse mediante una fracción o un número decimal. Para obtener la expresión decimal de una fracción se divide el numerador por el denominador. En algunos casos, la cuenta de dividir no termina dado que el resto nunca llega a ser cero. Entonces decimos que la expresión decimal es periódica. Por ejemplo:

$$\frac{1}{2} = 0,5 \quad \frac{3}{4} = 0,75 \quad \frac{-2}{3} = -0,666\dots = -0,\widehat{6} \quad \frac{11}{6} = 1,8333\dots = 1,8\widehat{3}$$

**Las fracciones cuyo denominador es una potencia de 10 (10,100, 1000,... o sea es un 1 seguido de ceros) reciben el nombre de fracciones decimales.**

Ejemplos:  $\frac{7}{100}$                        $\frac{14}{10}$                        $\frac{347}{10000}$                        $\frac{59}{1000}$

### Expresión fraccionaria de un número decimal

Toda expresión decimal limitada puede anotarse como fracción: como numerador se coloca el número completo (sin la coma) y como denominador un 1 seguido de tantos ceros como cifras decimales tenga la expresión decimal.

Ejemplos:  $0,06 = \frac{6}{100}$                        $0,352 = \frac{352}{1000}$                        $12,35 = \frac{1235}{100}$

Conversión de una expresión decimal periódica en fracción:

**1) Regla:** Toda expresión decimal periódica pura, de parte entera nula, se puede transformar en una fracción, tal que: el numerador es el periodo y el denominador esta formado por tantos nueves como cifras tiene el periodo.

Ejemplos:  $0,\widehat{5} = \frac{5}{9}$      $0,\widehat{371} = \frac{371}{999}$

**2) Regla:** Toda expresión periódica mixta, de parte entera nula, se puede transformar en una fracción, tal que: el numerador es igual al número que forma la parte no periódica seguida del período, menos la parte no periódica y el denominador esta formado por tantos nueves como cifras tenga el periodo seguido de tantos ceros como cifras tenga la parte no periódica

Ejemplos:  $0,34\widehat{5} = \frac{345 - 34}{900} = \frac{311}{900}$      $0,9\widehat{364} = \frac{9364 - 9}{9990} = \frac{9355}{9990}$

Cuando la parte entera es distinta de cero la expresión decimal es igual a la parte entera mas la fracción que resulta al aplicar la regla correspondiente.

Ejemplo:  $4,1\widehat{9} = 4 + \frac{19}{99} = \frac{396 + 19}{99} = \frac{415}{99}$

$1,32\widehat{5} = 1 + \frac{325 - 3}{990} = \frac{990 + 325 - 3}{990} = \frac{1312}{990}$

**Transformen en fracción las siguientes expresiones decimales:**

a)  $14,6 =$

f)  $0,\widehat{6} =$

b)  $-0,32 =$

g)  $0,5\overline{6} =$

c)  $31,63 =$

h)  $-2,3\overline{1} =$

d)  $0,729 =$

i)  $4,2\overline{35} =$

### Notación científica

La notación científica se utiliza para escribir números muy grandes o muy pequeños en una forma abreviada.

**Un número está escrito en notación científica cuando está expresado como producto entre una potencia de diez y un número mayor o igual que 1 y menor que 10.**

Ejemplos:	Número	nº comprendido	potencia	
		Entre 1 y 10	de 10	
	8500 =	8,5	$\times 10^3$	} el exponente indica el nº de cifras que siguen a la primera.
	2340000 =	2,34	$\times 10^6$	
	0,0042 =	4,2	$\times 10^{-3}$	} el exponente indica el nº de ceros que anteceden a la primera cifra significativa
	0,0000651 =	6,51	$\times 10^{-5}$	

**Escribe en notación científica:**

a)  $-0,000000092 =$

b)  $-352000 =$

c)  $0,000056$

d)  $12000,0,0005 =$

e)  $8500000 =$

f)  $542 \times 10^{-3} =$

g)  $45 \times 10^4$

h)  $32,5 \times 10^{-5} =$

### Sistema Métrico Legal Argentino (SiMeLA)

Al estudiar Magnitudes hablamos de unidades y medición.

Para medir una cantidad es necesario establecer una unidad que pueda ser arbitrariamente elegida. Sin embargo es evidente que conviene uniformar el uso de las unidades para facilitar la comparación de cantidades y la interpretación de resultados.

En el SiMeLA figuran tres clases de unidades: Unidades de Base, Unidades Suplementarias y Unidades derivadas.

Si bien el Sistema enumera una extensa lista de unidades aquí estudiaremos solo las más usuales:

Unidades de Base: (solo mencionaremos tres de las siete que figuran en el SiMeLA)

Magnitud	Unidad	Símbolo
Longitud	metro	<i>m</i>
Masa	Kilogramo	<i>kg</i>
Tiempo	Segundo	<i>s</i>

Observación: consideramos la masa como la cantidad de materia que tiene un cuerpo, Pero en la vida cotidiana utilizamos a masa y peso como sinónimos aunque sean diferentes.

Unidades Derivadas: se obtienen como resultado de la combinación de unidades bases o suplementarias (mediante la multiplicación o división de otras unidades bases)

- Ejemplo.** Superficie: metros cuadrados  
 Volumen: metros cúbicos  
 Velocidad: metros/segundos  
 Densidad: kilogramos/metros cúbicos.

**Aclaración:** las expresiones medidas de longitud, medidas de área y medidas de peso son incorrectas. Los sistemas métricos nos dan unidades y no medidas: unidad de longitud, unidades de área, unidades de peso etc. mediante las cuales podemos obtener las medidas de ciertas cantidades.

**UNIDADES DE LONGITUD:** cada unidad equivale a diez unidades del orden inmediato inferior.

	Nombre	Símbolo	Valor en m (metros)
Múltiplos	Kilómetro	km	1000m
	Hectómetro	hm	100m
	Decímetro	dam	10m
Unidad	Metro	m	1m
Submúltiplos	Decímetro	dm	0,1m
	Centímetro	cm	0,01m
	Milímetro	mm	0,001m

Para pasar de una unidad a otra debemos tener en cuenta que las unidades de longitud aumentan o disminuyen de diez en diez.

**Ejemplos:** Pasar 2346 cm a dam  $\longrightarrow 2346 : 1000 = 2,346$   
 Pasar 2346 cm a km  $\longrightarrow 2346 : 100000 = 0,02346$

**UNIDADES DE VOLUMEN:** cada unidad equivale a 1000 unidades del orden inmediato inferior.

	Nombre	Símbolo	Valor en m <sup>3</sup>
Múltiplos	Kilómetros cúbicos	km <sup>3</sup>	1000000000m <sup>3</sup>
	Hectómetros cúbicos	hm <sup>3</sup>	1000000m <sup>3</sup>
	Decámetros cúbicos	dam <sup>3</sup>	1000m <sup>3</sup>
Unidad	Metro cúbico	m <sup>3</sup>	1m <sup>3</sup>
Submúltiplos	Decímetro cúbicos	dm <sup>3</sup>	0,001m <sup>3</sup>
	Centímetros cúbicos	cm <sup>3</sup>	0,000001m <sup>3</sup>
	Milímetros cúbicos	mm <sup>3</sup>	0,000000001m <sup>3</sup>

Para pasar de una unidad a otra tenemos en cuenta que las unidades de volumen aumentan y disminuyen de 1000 en 1000.

**Ejemplos:** Pasar 15 km<sup>3</sup> a m<sup>3</sup>  $\longrightarrow 15 \times 1000000000 = 15000000000 \text{ m}^3$   
 Pasar 5000 mm<sup>3</sup> a dm<sup>3</sup>  $\longrightarrow 5000 : 1000000 = 0,005 \text{ dm}^3$   
 Pasar 8,16 m<sup>3</sup> a cm<sup>3</sup>  $\longrightarrow 8,16 \times 1000000 = 8160000$

**UNIDADES DE MASA – PESO:** cada unidad equivale a diez unidades del orden inmediato inferior.

Para formar los múltiplos y submúltiplos se considera como unidad el gramo.

	Nombre	Símbolo	Valor en m
--	--------	---------	------------

			(metros)
Múltiplos	Kilogramos	kg	1000g
	Hectogramos	hg	100g
	Decagramos	dag	10g
Unidad	Gramos	g	1g
Submúltiplos	Decigramo	dg	0,1g
	Centigramos	cg	0,01g
	Miligramos	mg	0,001g

Para pasar de una unidad a otra tenemos en cuenta que las unidades de masa aumentan y disminuyen de 10 en 100.

**Ejemplos:** Pasar 4300 mg a g  $\longrightarrow$   $4300 : 1000 = 4,3$  g

Pasar 7,5 dag a g  $\longrightarrow$   $7,5 \times 10 = 75$ g

Pasar 83,2 cg a dg  $\longrightarrow$   $83,2 : 10 = 8,32$  dg

**UNIDADES DE CAPACIDAD:** cada unidad equivale a diez unidades del orden inmediato inferior.

	Nombre	Símbolo	Valor en m (metros)
Múltiplos	Kilolitros	kl	1000 l
	Hectolitros	hl	100 l
	Decalitros	dal	10 l
Unidad	Litros	l	1 l
Submúltiplos	Decilitros	dl	0,1 l
	Centilitros	cl	0,01 l
	Mililitros	ml	0,001 l

Para pasar de una unidad a otra tenemos en cuenta que cada unidad aumenta o disminuye de diez en diez.

**Ejemplos:** Pasar 9800 ml a l  $\longrightarrow$   $9800 : 1000 = 9,8$  l

Pasar 12,5 dal a l  $\longrightarrow$   $12,5 \times 10 = 125$  l

Pasar 25,4 cl a dl  $\longrightarrow$   $25,4 : 10 = 2,54$  dl

### Relaciones entre las unidades de Capacidad y Volumen

El SiMeLA considera al litro como sinónimo de decímetro cúbico. En consecuencia podemos establecer la siguiente correspondencia:

CAPACIDAD: Kl  $\leftarrow$  l  $\rightarrow$  ml

$$\text{VOLUMEN: } m^3 \leftarrow dm^3 \rightarrow cm^3$$

Podemos señalar las siguientes igualdades:

$$1KL = 1m^3$$

$$1L = 1dm^3$$

$$1ml = 1cm^3$$

Ejemplos: Una botella de dos litros tiene dos  $dm^3$  de volumen

Un tanque de  $3m^3$  de volumen tiene una capacidad de 3 Kl de agua o bien de 3000 litros

### Relación ente unidades de masa-peso y de volumen

$1dm^3$  de agua a una temperatura de  $4^\circ C$  tiene una masa de 1kg.

1 litro de agua a  $4^\circ C$  tiene una masa de 1 Kg.

En consecuencia para agua destilada en las condiciones dadas de los ejemplos anteriores se puede decir:

$$\begin{array}{ccc} \text{VOLUMEN: } 1m^3 & 1dm^3 & 1cm^3 \\ \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow \\ \text{PESO: } 1tn & 1Kg & 1g \end{array}$$

No se puede decir que  $1dm^3 = 1Kg$  porque son magnitudes diferentes, debes decir que  $1dm^3$  de agua, en las condiciones establecidas, pesa 1Kg.

Por otra parte la relación entre capacidad y volumen es independiente del cuerpo sustancia que consideres.

En cambio la relación establecida entre peso y volumen se cumple para el agua destilada en estas condiciones pero no se verifica para otras sustancias

### Trabajo Práctico

1) A- Reducir a hm: a) 3,7m      b) 0,002dam      c) 4253cm      d) 0,21Km  
B- Reducir a dm: a) 42mm      b) 84,2 m      c) 0,0043Km      d) 0,052m

2) A- Reducir a  $dam^3$ : a)  $3,172hm^3$       b)  $0,4m^3$       c)  $0,0093km^3$   
B- Reducir a  $dm^3$ : a)  $0,0002dam^3$       b)  $4,26m^3$       c)  $72,8cm^3$

3) A- Reducir a g: a) 0,0603kg      b) 7,2dag      c) 3272mg      d) 2,5cg  
B- Reducir a Kg: a) 2784dg      b) 2,05dag      c) 435g      d) 0,02hg

4) A-Reducir a Cl: a) 3,4l      b) 0,29dl      c) 0,0031dal      d) 92,3ml  
B-Reducir a hl: a) 3,25 dl      b) 8,07l      c) 89dl      d) 0,02kl

5) En el siguiente cuadro figura el volumen o la capacidad de un recipiente.

Completarlo:

VOLUMEN	CAPACIDAD
$42dm^3$	.....hl
..... $cm^3$	105dl
$0,07m^3$	.....kl
..... $cm^3$	0,37 L
$0,0016dm^3$	.....cl

## RAZONES Y PROPORCIONES

Frecuentemente has oído o has utilizado expresiones como las siguientes:

Votaron **6 mujeres por cada 7 hombres**

En esta ciudad hay **1 automóvil por cada 5 personas.**

Decimos que la razón del número de mujeres al número de varones es de **6 a 7** o bien que el número de mujeres es  $\frac{6}{7}$  del número de varones.

Análogamente la razón del número de automóviles al número de personas es de 1 a 5 o bien, que el número de de automóviles es  $\frac{1}{5}$  del número de personas.

**Definición:** Se llama razón entre dos números a y b ( $b \neq 0$ ), al cociente de la división de a por b.

El primer número, o sea a, recibe el nombre de antecedente y el segundo número, o sea b, recibe el nombre de consecuente de la razón.

a es a b se expresa: a : b o  $\frac{a}{b}$   $\begin{matrix} \rightarrow \\ \rightarrow \end{matrix}$   $\begin{matrix} \text{antecedente} \\ \text{consecuente} \end{matrix}$

Decir que hay 6 mujeres por cada 7 varones equivale a decir que hay 12 mujeres por cada 14 varones.

La razón de 6 a 7 es igual a la razón de 12 a 14:  $\frac{6}{7} = \frac{12}{14}$

Análogamente la razón de 1 a 5 es igual a la razón de 3 a 15:  $\frac{1}{5} = \frac{3}{15}$ .

**Definición:** La igualdad de dos razones se llama proporción:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , se lee: a es a b como c es a d.

a y d se llaman extremos de la proporción

b y c se llaman medios de la proporción.

Propiedad Fundamental de las proporciones: en toda proporción el producto de los

extremos es igual al producto de los medios:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$

En las proporciones:

a)  $\frac{6}{7} = \frac{12}{14}$  es  $6 \times 14 = 7 \times 12$   
 $84 = 84$

b)  $\frac{1}{5} = \frac{3}{15}$  es  $1 \times 15 = 5 \times 3$   
 $15 = 15$

Para calcular un extremo o un medio de una proporción debemos utilizar la propiedad fundamental.

**Ejemplo:** Calculen el valor de x

$$\frac{2x - \frac{1}{3}}{4} = \frac{\frac{1}{4}x - 2}{3}$$

$$\left(2x - \frac{1}{3}\right) \cdot 3 = 4 \cdot \left(\frac{1}{4}x - 2\right) \quad \text{aplicamos propiedad fundamental de las proporciones}$$

$$6x - 1 = x - 2 \quad \text{aplicamos propiedad distributiva}$$

$$6x - x = -2 + 1 \quad \text{separamos en cada miembro términos semejante}$$

$$5x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{5}$$

**1) Hallen el valor de k que verifique la proporcionalidad**

a)  $\frac{k+1}{6} = \frac{k}{4}$     b)  $\frac{k}{2+0,1} = \frac{0,2^2}{0,008}$     c)  $\frac{\sqrt{0,01} + \left(\frac{1}{2}\right)^2}{\frac{3}{2}+1} = \frac{\frac{3}{2}+1}{k}$     d)  $\frac{\frac{k}{2}+1}{3} = \frac{3k-2}{6}$

e)  $\frac{1}{k} = \frac{4}{k-1}$

**Ecuaciones**

Ecuaciones de primer grado

Una **ecuación** es una igualdad en la que hay por lo menos un dato desconocido, es decir una incógnita, y resolverla significa encontrar el o los valores que hacen verdadera la igualdad

Una ecuación lineal o de primer grado es aquella cuya forma general es: **ax + b = 0**, siendo a y b números reales y a ≠ 0

Resolución de una ecuación

En toda ecuación se distinguen dos miembros en la igualdad

a) 
$$\underbrace{-3\left(2x - \frac{5}{6}\right)}_{\text{Primer miembro de la igualdad}} = \underbrace{\left(-\frac{5}{4}x + 3\right)}_{\text{segundo miembro de la igualdad}} : 0,5$$

Primer miembro de la igualdad    segundo miembro de la igualdad

$$-6x + \frac{5}{2} = -\frac{5}{2}x + 6 \quad \longrightarrow \quad \text{Aplicamos propiedad distributiva en cada miembro}$$

$$-6x + \frac{5}{2}x = 6 - \frac{5}{2} \quad \longrightarrow \quad \text{Agrupamos términos semejantes en cada uno de los miembros}$$

$$-\frac{7}{2}x = \frac{7}{2} \quad \longrightarrow \quad \text{Resolvemos cada miembro}$$

$$x = \frac{7}{2} : -\frac{7}{2}$$

$$x = -1$$



$$\text{b) } 2y - 3 + 3\left(\frac{2}{3}y - \frac{1}{6}\right) = y - \frac{5}{4}(y - 1)$$

$$2y - 3 + 2y - \frac{1}{2} = y - \frac{5}{4}y + \frac{5}{4}$$

$$4y + \frac{1}{4}y = \frac{5}{4} + \frac{7}{4}$$

$$\frac{17}{4}y = \frac{19}{4}$$

$$y = \frac{19}{4} : \frac{17}{4} \Rightarrow y = \frac{19}{17}$$

**1) Resuelvan las siguientes ecuaciones**

$$\text{a) } 2s - 4 = \frac{s}{6} + \frac{2s - 1}{9}$$

$$\text{d) } \frac{2t - 3}{4} - \frac{t}{3} = 2 + t$$

$$\text{b) } \frac{m}{3} - \frac{m}{4} + \frac{m}{2} = m - 5$$

$$\text{c) } 5 \cdot (x + 0,4) - 2,8 = 17,2$$

**2) En las siguientes igualdades despeje la variable que se pide:**

$$\text{a) } x + xm + 2x + 2m = 4m \cdot (3x + 6) \quad \text{Despeje } m \text{ y } x$$

$$\text{b) } C_f = c + \frac{c \cdot i \cdot t}{100} \quad \text{Despejar } t \text{ y } c$$

$$\text{c) } a_n = a_1 + (n - 1)d \quad \text{Despejar } n$$

$$\text{d) } S = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1} \quad \text{Despejar } r$$

**Sistema de Ecuaciones**

1-1. Resolver analíticamente y gráficamente los siguientes sistemas:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = -2 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x - y = 3 \\ x + y = -1 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 2x + y = -2 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 4x + y = -4 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} x + y = -3 \\ 2x + y = -2 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} \frac{1}{2}x + y = 5 \\ -2x + y = -3 \end{cases}$$

$$\text{g) } \begin{cases} 3x + y = 2 \\ -\frac{1}{3}x + y = -2 \end{cases}$$

1-2. Resolver los siguientes problemas aplicando sistemas de ecuaciones:

- a) La suma de dos números es igual a dos, y su diferencia es igual a menos cuatro. ¿Cuales son dichos números?
- b) El duplo de un numero mas otro, es igual a menos tres, el triplo del mismo menos otro es igual a menos seis. ¿cuales son dichos números?
- c) La suma de dos números es igual a menos 2, el duplo de su diferencia es igual a tres. ¿Cuáles son dichos números?

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA

FACULTAD CIENCIAS DE LA SALUD

CURSO DE ORIENTACIÓN Y NIVELACIÓN AL  
ESTUDIO UNIVERSITARIO

AREA: MATEMATICA

RESPONSABLES: Lic. Luís A. Berrondo  
Lic. Mari Rosales  
Prof. Noelia, Saleme  
Ing. Rafael, Herrera  
Ing. Carlos, Salas  
Lic. Patricia, Guzman  
Lic. Viviana, Figueroa  
Dr. Ricardo, Sanchez  
Lic. Franco, Cuello

AÑO 2019