UNIVERSIDAD NACIONAL DE CATAMARCA

FACULTAD CIENCIAS DE LA SALUD

# CURSO DE ORIENTACIÓN Y NIVELACIÓN AL ESTUDIO UNIVERSITARIO EN CIENCIAS DE LA SALUD

AREA: MATEMÁTICA

RESPONSABLES: Lic. Luís A. Berrondo
Lic. María Rosales
Lic. Vanesa, Figueroa
Prof. Noelia, Saleme
Ing. Rafael, Herrera
Ing. Carlos, Salas
Ing. Sánchez Brizuela, Ricardo
Lic. Patricia, Guzmán
Ing. Claudio Ubaid
Lic. Franco Cuello
Lic. Alberto Díaz

AÑO 2018

# Los números Naturales y sus operaciones

Las antiguas civilizaciones mesopotámicas representaban los números naturales mediante marcas cuneiformes, que significa figura de cuña y es una pieza terminada en forma de ángulo diedro muy agudo. Su forma se debía a la presión ejercida por la punta de la caña sobre la tablilla de arcilla blanda. La primera operación aritmética conocida fue la suma, utilizando objetos concretos que estuvieran al alcance de la mano: o bien sumaban amontonando piedrecitas o bien formando nudos en una cuerda como hacían los incas.

<u>Los números Naturales</u>: Al conjunto de los números naturales se lo representa con la letra N

$$N = \{1,2,3,....,10,11,....,100,101,....\}$$

Los números naturales nos sirven para contar: los días de la semana, los alumnos de una clase, el número de estrellas que vemos en el cielo. Además, nos sirven para ordenar: decimos que Júpiter es el 1º planeta en tamaño del sistema solar o que tal persona es la 2ª más alta de su familia.
Los números naturales se pueden sumar y multiplicar y el resultado de esas operaciones es también un número natural. En cambio, no ocurre lo mismo con la resta y la división.

**1 - Propiedades de la suma y la multiplicación:**

**Asociativa 1:**
Suma: (a + b) + c = a + (b + c) multiplicación: (a . b). c = a. (b . c)
**Conmutativa 2:**
Suma: a + b = b + a multiplicación: a . b = b . a
**Existencia del elemento neutro 3:**
Suma: es el 0 pues a + 0 = a multiplicación: es el 1 pues a . 1 = a
**Distributiva del producto con respecto a la suma y la resta 4:**

a. (b + c) = a . b + a . c
a. (b – c) = a . b – a. c

Ejemplos:
Gracias a las propiedades asociativa y conmutativa, podemos efectuar largas sumas con facilidad, modificando el orden y asociando los sumandos según convenga:

40 + 19 + 60 = (40 + 60) + 19 = 100 + 19 = 119
99 + 15 + 1 = (99 + 1) + 15 = 115

La propiedad distributiva nos permite realizar diversas tácticas según nuestras necesidades:

- Sacar factor común: 24.3 + 24.5 + 24.2 = 24. (3 + 5 +2) = 24 . 10 = 240
- Deshacer paréntesis: 4. $(5 + 3x + 2x^2) = 4.5 + 4.3x + 4.2x^2 = 20 + 12x + 8x^2$

**2 - Propiedad distributiva de la división:**

Si a, b, c y d son números naturales cualquiera se cumple:

$(a + b) : c = a : c + b : c$

$(a – b) : c = a : c – b : c$

Siempre que las divisiones que resulten sean posibles (su cociente sea un número natural), esto quiere decir que el resto es cero o es una división exacta.
Aclaración: como la división no es conmutativa solo es posible la distributiva por derecha y no por izquierda.

Para saber hacer:

Si en un cálculo aparecen sumas, restas, multiplicaciones y divisiones, se resuelven:
1- las operaciones encerradas entre paréntesis.
2- las multiplicaciones y divisiones en el orden en el que aparecen
3- las sumas y las restas en el orden en el que aparecen
Ejemplos:
a) 8 – 5 + 4 – 3 + 7 = 3 + 4 – 3 + 7 = 7 – 3 + 7 = 4 + 7 = 11
b) 5. 4 – 8 + 30: 5 = 20 – 8 + 6 = 12 + 6 = 18
También se puede operar quitando el paréntesis como aplicación de la propiedad distributiva del producto respecto a la suma. Si hay varios paréntesis, uno dentro de otros, se comienza efectuando los de dentro.
Ejemplos:
a) 7 – (5 – 3) = 7 – 2 = 5
b) 24 – 3. (2 + 4) = 24 – 3.6 = 24 – 18 = 6

**Efectúa las siguientes operaciones paso a paso y mencione lo efectuado**

**a)** 12 + 8: 2 + (18 – 9). 3 =
**b)** (12 + 8): (2 + 18) + 9. 3 =
**c)** 5. [4 + (7 – 3). 3] =
**d)** (8 – 4): 2 + (16 – 4): 3 – (18: 6) =
**e)** 4. 3: 2 + (17 + 3): (2 + 3)

**Potenciación y Radicación de números Naturales**

La potencia natural de un número natural no es más que una multiplicación reiterada.
Simbólicamente: $a^n = \underbrace{a.a.a....a}_{n\ veces}$ siendo a y n números naturales.

Al número a se le llama base de la potencia, mientras que a n se le llama exponente de la potencia.
Ejemplos: Calcula las siguientes potencias: a) $2^5$ b) $4^1$ c) $3^4$
a) $2^5$ = 2.2.2.2.2 = 32
b) $4^1$ = 4
c) $3^4$= 3.3.3.3 = 81
Todo número distinto de cero elevado al exponente cero es igual a 1: $a^0 = 1$
Ejemplos: $120^0 = 1$ $10^0 = 1$ $16540^0 = 1$
Todo número elevado al exponente 1, es igual a ese mismo número, por eso el exponente 1 por general no se escribe: $a^1 = a$
Ejemplos: $12^1 = 12$ $4^1 = 4$ $1645^1 = 1645$

Las propiedades de las potencias naturales de exponente natural son las siguientes:

**1)** Multiplicación de potencias de la misma base es otra potencia se la misma base y cuyo exponente es la suma de los exponentes
**Simbólicamente: $a^m.a^n = a^{m+n}$**
Ejemplo: Expresa como una sola potencia la multiplicación de potencias: $2^4.2^3.2.2^2$
$2^4.2^3.2.2^2 = 2^{4+3+1+2} = 2^{10}$

**2)** División de potencias de igual base, es otra potencia de la misma base cuyo exponente es la diferencia de los exponentes.
**Simbólicamente: $a^m:a^n = a^{m-n}$, siempre que m > n**
Ejemplo: $2^6:2^2 = 2^4$

**3)** Potencia de una potencia es otra potencia de igual base y cuyo exponente es la multiplicación de los exponentes.
**Simbólicamente: $(a^m)^n = a^{m\,.\,n}$**
Ejemplo Calcula las siguientes potencias de potencias: $(2^3)^2$ y $(a^b)^2$
$(2^3)^2 = 2^{3\,.\,2} = 2^6 = 64$ $\qquad$ $(a^b)^2 = a^{2\,.\,b}$

**4)** Distributiva de la potenciación con respecto de la multiplicación y división
**Simbólicamente: $(a\,.\,b)^n = a^n\,.\,b^n$ y $(a : b)^n = a^n : b^n$**
Ejemplos: $(3\,.\,2)^3 = 3^3\,.\,2^3 = 27\,.\,8 = 216$
$(6 : 2)^2 = 6^2\,.\,2^2 = 36\,.\,4 = 144$

o bien: $3^3.2^3.5^3 = (3\,.\,2\,.\,5)^3 = 30^3$

**1) Expresa como una sola potencia las siguientes multiplicaciones:**
a) $5^2.5^3.5^5 =$
b) $x^4.x^3.x.x^{12} =$
c) $3^x.3^x.3^x =$
**2) Quita paréntesis y reduce:**
a) $(x^2.y^3)^5 =$
b) $(5^{a2}b^3)^2 =$
c) $(x^2)^2.(x^3)^3.x =$
d) $(a^2)^3.b.a^4.(b^4)^2 =$
e) $[(3^2)^3]^5 =$

La radicación es la operación inversa a la potenciación. Encontrar la raíz enésima de un número consiste en encontrar otro número que elevado a la potencia n nos dé como resultado el número original.
Simbólicamente: $\sqrt[n]{a} = b$ si ocurre que $b^n = a$
A la expresión $\sqrt[n]{a}$ se la llama raíz o radical. En ella, al número a se le llama radicando y a n índice de la raíz.
Ejemplos:
$\sqrt{16} = 4$ porque $4^2 = 16$; $\sqrt[3]{125} = 5$ porque $5^3 = 125$;
$\sqrt[4]{81} = 3$ porque $3^4 = 81$

La radicación cumple las mismas propiedades que la potenciación.

## <u>Operaciones Combinadas</u>.

Para resolver una operación combinada debemos tener en cuenta lo siguiente:

1- Identificamos los términos
2- Resolvemos las operaciones que están entre paréntesis (cuando los haya identificamos y resolvemos los términos dentro de éstos.
3- Resolvemos potencias y raíces
4- Resolvemos multiplicaciones y divisiones
5- Por último, resolvemos sumas y restas.

Resuelvan los siguientes cálculos

a) $9.(3.5-14)^2+\sqrt{36}:2-4^0.5=$

b) $7^2:(4+3)+14+4:2=$

c) $\sqrt[3]{125}.(2+1)+9^0.3-(13-3):2=$

d) $\sqrt{51.2-2}-2^4:2+(3.3-2)^2=$

e) $\sqrt[3]{3+6.4}-(8-2^3)+(3+2.3)^2=$

f) $2.\left[79-8.3^2+\sqrt{16}\right]-10=$

g) $3+\sqrt[3]{3^2-(\sqrt{16}-3)}-4:2^2=$

### Números Enteros

Ya las antiguas civilizaciones hindú y árabe observaron que algunos problemas numéricos no tenían solución entre los números hasta entonces conocidos. Esto ocurría por ejemplo con las deudas monetarias a las cuales presentaban con el signo "-" delante del número. Por ejemplo, -100, indicaba una deuda de 100 monedas.

El conjunto de números enteros se designa Z, este conjunto está formado por:

- Enteros positivos ($Z^+$): +1, +2, +3, ... (que también se anotan: 1, 2, 3…)
- El cero: 0
- Enteros Negativos ($Z^-$): -1, -2, -3, -4, …

Se llama valor absoluto de un número entero **a** y se lo indica $|a|$ (se lee: valor absoluto de a), a la distancia desde el número hasta cero.

Ejemplo: $|5|=5$ $\quad |-8|=8$ $\quad |0|=0$ $\quad |-5|=5$

<u>Suma de Números enteros:</u>

Regla practica para sumar dos números enteros:

- Si tienen el mismo signo, sumamos los valores absolutos y le asignamos al resultado dicho signo. Ejemplo: -5 + (-1) = -6
- Si tienen distintos signos, testamos sus valores absolutos y le asignamos al resultado el signo del número de mayor valor absoluto.
  Ejemplo: 8 + (-2) = 6
  7 + (-10) = -3

Resta de Números enteros:

Restar un número entero es lo mismo que sumar su opuesto, es decir:

a – b = a + (-b)  y  a – (-b) = a + b

Ejemplos: 12 – 20 = 12 + (-20) = -6 ; -30 – (-10) = 30 + 10 = 40

**Resuelvan las siguientes operaciones**

**a)** 150 – (14 – 6) =

**b)** (11- 5) – (9 – 3) =

c) (4 – 3) + (5 – 2) =

**d)** (9 - 4) – (9 + 4) =

**e)** 40 + 35 + 3 – 10 – 9 =

f) 3 – 2 – (-8) + 4 – 10 – 6 =

g) – (-10) + (-8) – 3 + (-1) =

h) -1 – 2 – 3 + (-6) – (-4) =

Multiplicación y división de Números enteros:

Para multiplicar y para dividir **dos números enteros** debemos tener en cuenta esta regla:

- Si los dos tienen el mismo signo, el resultado es positivo.

(+) **.** (+) = +  (+) **:** (+) = +

( -) **.** ( -) = +  ( -) **:** ( -) = +

Ejemplos: (+3).(+7) = 21  (+28) : (+7) = +4

(-6) . (-8) = 48  (-45) : (-9) = +5

- Si los dos tienen distintos signos, el resultado es negativo.

(+) **.** ( -) = -  (+) **:** ( -) = -

( -) **.** (+) = -  ( -) **:** (+) = -

Ejemplos: (+5).(-9) = -45  (+24) : (-6) = -4

(-6). (+4) = -24  (-30) : (+5) = -6

**Regla**: El producto o cociente de varios números distinto de cero es otro entero tal que:

- Es **positivo** si el número de factores negativos es **par**
- Es **negativo** si el número de factores negativos es **impar.**

Ejemplos: (-1) (-2) (+5) (+1) (+3) = +30  2 fact. negativos

(-1) (-2) (+5) (+1) (-3) = -30  3 fact. negativos

**Resuelva los siguientes productos:**

**a)** (-8) (+9) (-4) =

**b)** (-4) (-5) (-6) (-8) =

**c)** (-30) (+4) (-5) =

**d)** (-8) (-10) (+2) (-3) =

**Resuelva los siguientes cocientes:**

**a)** (-24) : (-8) =

**b)** (-56) : (-7) =

**c)** (33) : (-11) =

**d)** (-36) : (+12) =

Potenciación de Números enteros:
La potenciación es una forma abreviada de escribir una multiplicación de factores iguales: $a^n$ = a.a.a …. a (n veces multiplicamos a)
La potenciación es una operación entre dos números a y n, llamados base y exponente, respectivamente.
Notación: **$a^n$ = p**, **a** se llama base, **n** se llama exponente y **p** se llama potencia
Todo número, distinto de cero elevado al exponente 0 es igual a uno: $a^0 = 1$
Si la base de una potencia es un número entero, este puede ser **positivo** o **negativo**.

- Si es **positivo,** el resultado es siempre un número positivo.
- Si es **negativo** tenemos dos soluciones:

1) si el exponente es un número **par** el resultado de la potencia es un número **positivo:**
Ejemplos: $7^2 = 49$ $3^3 = 27$ $2^6 = 64$
2) si el exponente es un número **impar** el resultado de la potencia es un número **negativo**
Ejemplos: $(-2)^2 = +4$ $(-2)^4 = +16$
$(-2)^3 = -8$ $(-2)^5 = -32$

**Calcule cada una de las siguientes potencias:**
**a)** $(-8)^2 =$ **d)** $(-2)^5 =$ **f)** $(-1)^0 =$
**b)** $(-10)^3 =$ **e)** $(+3)^3 =$

Radicación de Números enteros:
La radicación es una operación entre dos números a y n llamados base e índices, respectivamente: $\sqrt[n]{a}$ y se define como $\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$
Ejemplos: $\sqrt[3]{8} = 2$ pues $2^3 = 8$
$\sqrt[3]{-8} = -2$ pues $(-2)^3 = -8$
$\sqrt[4]{-16}$
No es posible en Z pues ningún número entero elevado e exponente **par** da por resultado en número negativo

$\sqrt[4]{16} = \pm 2$ pues $(+2)^4 = 16$
$(-2)^4 = 16$

**Regla de los signos**: Si el índice es impar la raíz tiene el mismo signo del radicando.
Si el índice es par y el radicando es positivo, las raíces son dos números opuestos.
Si el índice es par y el radicando es negativo, la raíz es imposible en Z.

**Calcula las siguientes raíces**:
**a)** $\sqrt[3]{1000} =$ **b)** $\sqrt[4]{16} =$ **c)** $\sqrt[5]{-32} =$
**d)** $\sqrt[6]{64} =$ **e)** $\sqrt[3]{-125} =$
**Operaciones Combinadas:**
**a)** $(-1)^3 - 3.\sqrt{16+(-3)^2} - 2.[3.(-4) + 12 : (-6)] =$

**b)** $(-3).(-2)^3 + \sqrt[3]{8} : \sqrt[3]{-1} + (-3 . 6) : (-1)^7 =$

**c)** $\sqrt[3]{-54:2}$ **+** $(-2 . 3 + 3^2)^0 – (-4)^1 =$

**d)** $(-7 + 5)^4 : 2^3 - \sqrt{25} . (-2) =$

**e)** $(-3)^3 : \sqrt{9} - 12 : (-2)^2 + \sqrt{64} =$

**f)** $[(-7) – (-1)^2]^2 : (-2)^3 – ( -16) : 2 =$

**g)** $3 . (-2 + 6 . (-3)) : (-4) + (-3)^0 – 4 . (-2)$

**h)** $\sqrt[3]{2+3.2}$ **-** $2^2 + 3 : (-5 + 4) - \sqrt{9+16} =$

**i)** $(3 – 2 + 5)^0 – (-2)^3 + 4 . (-3) – 5 . (-4 + 4) - \sqrt{9+16} =$

**j)** $\sqrt[3]{(-2)^2+(-2)^2}$ **+** $1 – (-3) + ( -4 + 6)^3 : ( - 2) =$

## Números Racionales

El cociente entre dos números enteros a y b (con b distinto de cero) representa un número racional. Para simbolizarlos se lo escribe del siguiente modo:

$\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}$ — **a** $\rightarrow$ Numerador de la fracción; **b** $\rightarrow$ Denominador de la fracción

El conjunto de los números racionales está formado por el conjunto de los números enteros y los números fraccionarios y se representan con la letra Q.
Los números racionales pueden expresarse mediante una fracción o una expresión decimal,

Ejemplos: $2 = \frac{4}{2}$ $\quad 0,5 = \frac{1}{2}$ $\quad -5 = \frac{-15}{3}$ $\quad 1,4 = \frac{7}{5}$ $\quad 0 = \frac{0}{9}$

<u>Simplificación de Fracciones:</u>

Para simplificar fracciones dividimos al numerador y al denominador por el mismo número. Ejemplo: $\frac{120}{210}$ puede simplificarse por 5; entonces $\frac{120 : 5}{210 : 5} = \frac{24}{42}$.

Podemos seguir simplificando esta fracción hasta obtener una fracción irreducible.

<u>Operaciones con Números Racionales:</u>

**<u>Adición:</u>**

**Definición:** $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{b.d}$

Ejemplos: A) $\frac{3}{5} + \frac{2}{7} = \frac{3.7+2.5}{5.7} = \frac{21+10}{35} = \frac{31}{35}$

B) $\frac{5}{12} + \frac{3}{8} = \frac{5.8+3.12}{12.8} = \frac{40+36}{96} = \frac{76}{96}$

Cuando aplicamos la definición debemos simplificar el resultado, siempre que sea posible. En los ejemplos anteriores es posible simplificar el ejemplo B.

**Calcula las siguientes sumas:**

**a)** $\frac{7}{24}+\frac{5}{12}=$

**b)** $\frac{7}{5}+\frac{8}{15}+\frac{11}{60}=$

**c)** $\frac{3}{8}+\frac{1}{6}+\frac{5}{12}=$

**d)** $\frac{9}{5}+\frac{1}{6}+\frac{3}{10}+\frac{7}{15}=$

**e)** $\frac{7}{20}+\frac{3}{40}+\frac{1}{80}+\frac{3}{15}=$

<u>Sustracción de números Racionales:</u>

**Regla**: Para restar dos números racionales, se suma al primero el opuesto del segundo.

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a}{b}+\left(-\frac{c}{d}\right)$$

Ejemplo: $-\frac{3}{4}-\left(-\frac{5}{3}\right)=-\frac{3}{4}+\frac{5}{3}=\frac{-3.3+5.4}{12}=\frac{-9+20}{12}=\frac{11}{12}$

**Realiza las siguientes operaciones:**

**a)** $\frac{3}{8}-\frac{1}{12}=$

**b)** $4-\frac{7}{2}=$

**c)** $\frac{1}{3}+\frac{2}{5}-1=$

**d)** $\frac{3}{8}-\frac{1}{4}-\frac{5}{2}=$

**d)** $-2+\frac{5}{3}+\frac{2}{3}-\frac{7}{6}=$

<u>Multiplicación de números racionales</u>

**Definición:** $\frac{a}{b}.\frac{c}{d}=\frac{a.b}{c.d}$

Ejemplo: $\frac{3}{5}.\frac{2}{7}=\frac{3.2}{5.7}=\frac{6}{35}$

Cuando sea posible, conviene simplificar (numerador con denominador) antes de realizar la operación

Ejemplo: $\frac{\overset{1}{\cancel{12}}}{\underset{7}{\cancel{35}}}.\frac{\overset{5}{\cancel{25}}}{\underset{3}{\cancel{36}}}=\frac{1.5}{7.3}=\frac{5}{21}$

**La regla de los signos es la misma que enunciamos para la multiplicación de números enteros.**

**Calcula los siguientes productos:**

**a)** $\frac{2}{3}.\frac{6}{7}=$

**b)** $-3.\frac{4}{9}=$

**c)** $\frac{12}{35}.\frac{21}{30}.\frac{25}{18}=$

**d)** $\frac{24}{45}.\frac{36}{32}.\frac{33}{81}.\frac{15}{55}=$

**e)** $-\frac{16}{49}.\frac{14}{18}.\frac{35}{72}.\left(-\frac{27}{25}\right)=$

División de números racionales

**Regla**: Para dividir dos números racionales, se multiplica el primero por el inverso del segundo y se simplifica el resultado siempre que sea posible

En símbolo: $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}.\frac{d}{c}$

**Calcula los siguientes cocientes:**

**a)** $\frac{3}{4}:\frac{7}{8}=$

**b)** $\frac{5}{12}:\frac{5}{6}=$

**c)** $-\frac{4}{5}:\frac{6}{25}=$

**d)** $-\frac{4}{9}:\left(-\frac{10}{15}\right)=$

**e)** $\frac{7}{8}:\left(-\frac{14}{20}\right)=$

Potenciación de números racionales

**1)** Potencia de exponente natural

Para la potencia de exponente natural sigue siendo válida la definición general de potencia enésima, que se dio para números enteros.

**En símbolo:** $\left(\frac{a}{b}\right)^{n}=\frac{a^{n}}{b^{n}}$

También son válidas las definiciones para la potencia de exponente cero y de exponente uno.

$\left(\frac{a}{b}\right)^{0}=1$ $\qquad$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{1}=\frac{a}{b}$

La regla de los signos es la misma que enunciamos para la potenciación de números enteros.

Ejemplos: $\left(\frac{2}{3}\right)^{2}=\frac{4}{9}$ $\qquad$ $\left(\frac{2}{3}\right)^{3}=\frac{8}{27}$

$\left(-\frac{2}{3}\right)^{2}=\frac{4}{9}$ $\qquad$ $\left(-\frac{2}{3}\right)^{3}=-\frac{8}{27}$

**2)** Potencia de exponente negativo**:**

Toda potencia de exponente negativo se puede transformar en una potencia cuya base es la inversa de la base dada de la potencia

En símbolo: $a^{-n}=\left(\frac{1}{a}\right)^{n}$

Ejemplos:

a) $4^{-3} = \left(\frac{1}{4}\right)^{3} = \frac{1}{64}$

c) $\left(\frac{2}{5}\right)^{2} = \frac{4}{25}$

b) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-5} = (-2)^{5} = -32$

<u>Radicación de números racionales</u>

La definición general de raíz enésima de números enteros sigue siendo válida para los racionales.

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{x}{y} \Leftrightarrow \left(\frac{x}{y}\right)^{n} = \frac{a}{b}$$

**Regla practica:**

$$\boxed{\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}}$$

**La regla de los signos es la misma que hemos enunciado para la radicación de números enteros**

Ejemplos: $\sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5}$ pues $\left(\pm\frac{2}{5}\right)^{2} = \frac{4}{25}$

$\sqrt[3]{-\frac{27}{243}} = -\frac{3}{7}$ pues $\left(-\frac{3}{7}\right)^{3} = -\frac{27}{243}$

**Calcula las siguientes potencias:**

**a)** $\left(-\frac{5}{7}\right)^{3} =$

**c)** $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} =$

**b)** $\left(\frac{3}{2}\right)^{2} =$

**d)** $\left(\frac{9}{5}\right)^{-1} =$

**e)** $\left(-\frac{1}{4}\right)^{-4} =$

**Calcula las siguientes raíces:**

**a)** $\sqrt[3]{-\frac{8}{27}} =$

**c)** $\sqrt[5]{-100000} =$

**d)** $\sqrt[3]{\frac{1}{64}} =$

**b)** $\sqrt{\frac{4}{36}} =$

**d)** $\sqrt[4]{\frac{216}{81}} =$

<u>Expresión decimal de un número Racional</u>

Todo número racional puede expresarse mediante una fracción o un número decimal.

Para obtener la expresión decimal de una fracción se divide el numerador por el denominador. En algunos casos, la cuenta de dividir no termina dado que el resto nunca llega a ser cero. Entonces decimos que la expresión decimal es periódica.

Por ejemplo: $\frac{1}{2} = 0,5$ $\frac{3}{4} = 0,75$ $\frac{-2}{3} = -0,666... = -0,\overset{\frown}{6}$

$\frac{11}{6} = 1,8333... = 1,8\overset{\frown}{3}$

**Las fracciones cuyo denominador es una potencia de 10 (10,100, 1000,… o sea es un 1 seguido de ceros) reciben el nombre de fracciones decimales.**

Ejemplos: $\frac{7}{100}$ $\frac{14}{10}$ $\frac{347}{10000}$ $\frac{59}{1000}$

<u>Expresión fraccionaria de un número decimal</u>

Toda expresión decimal limitada puede anotarse como fracción: como numerador se coloca el número completo (sin la coma) y como denominador un 1 seguido de tantos ceros como cifras decimales tenga la expresión decimal.

Ejemplos: 0,06 = $\frac{6}{100}$ 0,352 = $\frac{352}{1000}$ 12,35 = $\frac{1235}{100}$

Conversión de una expresión decimal periódica en fracción:

**1) Regla:** Toda expresión decimal periódica pura, de parte entera nula, se puede transformar en una fracción, tal que: el numerador es el periodo y el denominador está formado por tantos nueves como cifras tiene el periodo.

Ejemplos: $0,\overset{\frown}{5} = \frac{5}{9}$ $0,\overset{\frown}{371} = \frac{371}{999}$

**2) Regla:** Toda expresión periódica mixta, de parte entera nula, se puede transformar en una fracción, tal que: el numerador es igual al número que forma la parte no periódica seguida del período, menos la parte no periódica y el denominador está formado por tantos nueves como cifras tenga el periodo seguido de tantos ceros como cifras tenga la parte no periódica

Ejemplos: $0,34\overset{\frown}{5} = \frac{345-34}{900} = \frac{311}{900}$ $0,9\overset{\frown}{364} = \frac{9364-9}{9990} = \frac{9355}{9990}$

Cuando la parte entera es distinta de cero la expresión decimal es igual a la parte entera más la fracción que resulta al aplicar la regla correspondiente.

Ejemplo: $4,\overset{\frown}{19} = 4 + \frac{19}{99} = \frac{396+19}{99} = \frac{415}{99}$

$1,3\overset{\frown}{25} = 1 + \frac{325-3}{990} = \frac{990+325-3}{990} = \frac{1312}{990}$

**Transformen en fracción las siguientes expresiones decimales:**

**a)** 14,6 =

**b)** -0,32 =

**c)** 31,63=

**d)** 0,729 =

**f)** $0,\overset{\frown}{6} =$

**g)** $0,\overset{\frown}{56} =$

**h)** $-2,3\overset{\frown}{1} =$

**i)** $4,2\overset{\frown}{35} =$

## RAZONES Y PROPORCIONES

Frecuentemente has oído o has utilizado expresiones como las siguientes:
Votaron **6 mujeres por cada 7 hombres**
En esta ciudad hay **1 automóvil por cada 5 personas.**
Decimos que la razón del número de mujeres al número de varones es de **6 a 7** o bien que el número de mujeres es $\frac{6}{7}$ del número de varones.

Análogamente la razón del número de automóviles al número de personas es de 1 a 5 o bien, que el número de de automóviles es $\frac{1}{5}$ del número de personas.
**Definición:** Se llama razón entre dos números a y b ($b \neq 0$), al cociente de la división de a por b.
El primer número, o sea a, recibe el nombre de antecedente y el segundo número, o sea b, recibe el nombre de consecuente de la razón.
**a** es a **b** se expresa: a : b o $\frac{a}{b}$ $a \rightarrow$ antecedente, $b \rightarrow$ consecuente
Decir que hay 6 mujeres por cada 7 varones equivale a decir que hay 12 mujeres por cada 14 varones.
La razón de 6 a 7 es igual a la razón de 12 a 14: $\frac{6}{7} = \frac{12}{14}$
Análogamente la razón de 1 a 5 es igual a la razón de 3 a 15: $\frac{1}{5} = \frac{3}{15}$.
**Definición:** La igualdad de dos razones se llama proporción: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , se lee: a es a b como c es a d.
a y d se llaman extremos de la proporción
b y c se llaman medios de la proporción.

Propiedad Fundamental de las proporciones: en toda proporción el producto de los extremos es igual al producto de los medios: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a.d = b.c$

En las proporciones:

a) $\frac{6}{7} = \frac{12}{14}$ es $6 \text{ x } 14 = 7 \text{ x } 12$

$84 = 84$

b) $\frac{1}{5} = \frac{3}{15}$ es $1 \text{ x } 15 = 5 \text{ x } 3$

$15 = 15$

Para calcular un extremo o un medio de una proporción debemos utilizar la propiedad fundamental.

**Ejemplo:** Calculen el valor de x

$$\frac{2x - \frac{1}{3}}{4} = \frac{\frac{1}{4}x - 2}{3}$$

$\left(2x-\frac{1}{3}\right).3=4.\left(\frac{1}{4}x-2\right)$ aplicamos propiedad fundamental de las proporciones

6x – 1= x – 2 aplicamos propiedad distributiva

6x – x = -2 + 1 separamos en cada miembro términos semejante

5x = -1 $\Rightarrow$x = $-\frac{1}{5}$

**1) Hallen el valor de k que verifique la proporcionalidad**

**a)** $\frac{k+1}{6}=\frac{k}{4}$ **b)** $\frac{k}{2+0{,}1}=\frac{0{,}2^2}{0{,}008}$ **c)** $\frac{\sqrt{0{,}01}+\left(\frac{1}{2}\right)^2}{\frac{3}{2}+1}=\frac{\frac{3}{2}+1}{k}$ **d)** $\frac{\frac{k}{2}+1}{3}=\frac{3k-2}{6}$

**e)** $\frac{1}{\frac{1}{k}}=\frac{4}{\frac{2}{k-1}}$

## Ecuaciones

Ecuaciones de primer grado

Una **ecuación** es una igualdad en la que hay por lo menos un dato desconocido, es decir una incógnita, y resolverla significa encontrar el o los valores que hacen verdadera la igualdad

Una ecuación lineal o de primer grado es aquella cuya forma general es: **ax + b = 0**, siendo a y b números reales y a$\neq$0

Resolución de una ecuación

En toda ecuación se distinguen dos miembros en la igualdad

**a)** $\underbrace{-3\left(2x-\frac{5}{6}\right)}_{\text{Primer miembro de la igualdad}}=\underbrace{\left(-\frac{5}{4}x+3\right):0{,}5}_{\text{segundo miembro de la igualdad}}$

-6x + $\frac{5}{2}$ = $-\frac{5}{2}$x + 6 $\longrightarrow$ Aplicamos propiedad distributiva en cada miembro

-6x + $\frac{5}{2}$x = 6 - $\frac{5}{2}$ $\longrightarrow$ Agrupamos términos semejantes en cada uno de los miembros

$-\frac{7}{2}x=\frac{7}{2}$ $\longrightarrow$ Resolvemos cada miembro

x = $\frac{7}{2}:-\frac{7}{2}$

x = -1

**b)** 2y – 3 + $3\left(\frac{2}{3}y-\frac{1}{6}\right)=y-\frac{5}{4}(y-1)$

2y – 3 + 2y - $\frac{1}{2}$ = y - $\frac{5}{4}y+\frac{5}{4}$

$$4y + \frac{1}{4}y = \frac{5}{4} + \frac{7}{2}$$

$$\frac{17}{4}y = \frac{19}{4}$$

$$y = \frac{19}{4} : \frac{17}{4} \Rightarrow y = \frac{19}{17}$$

**1) Resuelvan las siguientes ecuaciones**

**a)** $2s - 4 = \frac{s}{6} + \frac{2s-1}{9}$

**b)** $\frac{m}{3} - \frac{m}{4} + \frac{m}{2} = m - 5$

**c)** 5.(x + 0,4) – 2,8 = 17,2

**d)** $\frac{2t-3}{4} - \frac{t}{3} = 2 + t$

**2)** En las siguientes igualdades despeje la variable que se pide:

**a)** x + xm + 2x + 2m = 4m.(3x + 6) Despeje m y x

**b)** $C_f = c + \frac{c.i.t}{100}$ Despejar t y *c*

**c)** $a_n = a_1 + (n - 1)d$ Despejar n

**d)** $S = \frac{a_n.r - a_1}{r-1}$ Despejar *r*

<u>Sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas</u>

Consideremos un conjunto de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$\begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + y - 9 = 0 \end{cases}$$

El conjunto de dos ecuaciones se llama sistema de ecuaciones con dos incógnitas. Si ambas ecuaciones son de primer grado es un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas. Para indicar que forman un sistema, se abarcan con una llave.

<u>Resolución de un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas</u>

Resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas significa hallar el conjunto de raíces comunes, es decir, la intersección de los conjunto solución de ambas ecuaciones.

Existen diversos métodos para resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. Nosotros estudiaremos solamente el método algebraico llamado método de igualación

**Ejemplo:** Resolver el siguiente sistema aplicando método de igualación.

$$\begin{cases} 3x + y = 1 & \text{I} \\ 4x - 2y = 18 & \text{II} \end{cases}$$

1) despejamos la misma variable en ambas ecuaciones

3x + y = 1

y = 1 – 3x (I)

4x – 2y = 18

- 2y = 18 – 4x

y = (18 – 4x) : (-2) (II)

2) igualamos (I) y (II)

$1 - 3x = (18 - 4x) : (-2)$

3) Resolvemos la ecuación que obtuvimos y averiguamos el valor de x

$1 - 3x = (18 - 4x) : (-2)$

$(1 - 3x).(-2) = 18 - 4x$

$-2 + 6x = 18 - 4x$

$6x + 4x = 18 + 2$

$10x = 20$

$x = 20 : 10$

$x = 2$

4) Reemplazamos el valor de x que obtuvimos, en (I) o en (II) para averiguar el valor de y.

$y = 1 - 3.2$ (se reemplazo en (I))

$y = -5$

La solución que obtuvimos es x = 2; y = -5.

**Resuelve por igualación los siguientes sistemas de ecuaciones.**

**a)** $\begin{cases} x = 2(11 - y) \\ y = 5(x - 5) + 3 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 4x - 3y = 24 \\ \frac{x}{5} = \frac{y}{4} \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} x = (2y - 1).3 + 3y \\ (6x - 3):3 = + 3y = 14 \end{cases}$

$$\begin{cases} \frac{1-y}{2} + \frac{x+3}{5} = 0 \\ -\frac{x+2}{3} + \frac{2y+1}{4} = \frac{5}{12} \end{cases}$$

**e)** $\begin{cases} \frac{x+y}{2} + \frac{x-y}{3} = 15 \\ x - \frac{2y}{5} = 12 \end{cases}$

**1)** Responda:
**a)** ¿Qué entiende por sistemas de ecuaciones lineales?
**b)** ¿Cómo definiría la solución de un SEL?

**2)** Resuelva los siguientes sistemas analíticamente y clasifique los SEL.

a) $\begin{cases} 2x - 5y = 16 \\ x + 3y = -3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} -\frac{2}{5}x + 3y = 9 \\ 4x + 6y = \frac{1}{4} \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x - 5y = 16 \\ 4x - 10y = 32 \end{cases}$

**3)** Escriba el concepto de:

a) Sistema compatible determinado
b) Sistema incompatible
c) Sistema compatible
d) Sistema compatible indeterminado

**4)** Represente gráficamente los siguientes sistemas.

**a)** $\begin{cases} 3x - 5y = 16 \\ x + 3y = -8 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} -5x + 2y = 16 \\ 35x + 14y = -3 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 7x - 9y = 0 \\ -28x + 36y = 0 \end{cases}$

**3.1)** Establezca una solución del sistema de ecuaciones.
**3.2)** Clasifique los SEL.

**5)** Responda:
¿Qué diferencia existe entre el Método Gráfico y el Analítico? ¿Cuál es más preciso?

**6)** Plantee y resuelva los siguientes problemas utilizando SEL.

a) Un licenciado en sistemas de computación gastó $4100 en comprar impresoras a $400 y software a $60. Si la suma del número de impresoras y el número de software que compró es 23. ¿Cuántas impresoras y cuántos softwares, compró?

b) Un padre tiene el doble de la edad de su hijo, y la suma de ambas edades es igual a 54 años. ¿Cuántos años tiene cada uno?

c)En un vivero hay 3500 plantas entre rosas y jazmines. Si el número de rosas supera en 486 al número de jazmines. ¿Cuántas plantas hay de cada clase?

d) Hace 4 años, Ana tenía 8 veces la edad de Sofía. Actualmente, la edad de Ana es 4 veces la edad de Sofía. ¿cuál es la edad de cada una?

1) Resuelve los siguientes S.E.L., clasifica y gráfica:

a) $\begin{cases} 5x - 6y = 34 \\ 11x + 9y = -14 \end{cases}$ R: (2,-4)

b) $\begin{cases} -3x + 15y = 59 \\ 3x + 4y = 17 \end{cases}$ R: (1/3, 4)

c) $\begin{cases} \frac{x}{3} - y = -3 \\ -4x - \frac{y}{2} = 11 \end{cases}$ R: (-3. 2)

d) $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ -3x + 2y = -5 \end{cases}$ R: $\infty$

a) $\begin{cases} -3x + 15y = 59 \\ 3x - 15y = 17 \end{cases}$ R: $\nexists$

<u>Ecuaciones de segundo grado</u>

La forma general de las ecuaciones de segundo grado es:

$$\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$$

donde a $\neq$ 0; a, b y c son números reales.

<u>Ecuaciones incompletas</u>

**1)** Si **b = 0**, la ecuación de segundo grado es incompleta de la forma $\mathbf{ax^2 + c = 0}$

Para resolver este tipo de ecuaciones se despeja el valor de x, teniendo en cuenta que $\sqrt{x^2} = \pm x$

Ejemplo: a) $x^2 - 9 = 0$

$x^2 = 9$

$x = \pm\sqrt{9}$

$x_1 = 3$ y $x_2 = -3$

**b)** $-2x^2 + 50 = 0$

$-2x^2 = -50$

$x^2 = -50 : -2$

$x^2 = 25$

$x = \pm\sqrt{25}$

$x_1 = 5$ y $x_2 = -5$

**2)** Si **c = 0**, la ecuación de segundo grado es incompleta de la forma: $\mathbf{ax^2 + bx = 0}$

Para resolver este tipo de ecuaciones, se debe tener en cuenta que:

$\mathbf{m.n = 0 \Rightarrow m = 0 \vee n = 0}$

Ejemplo: $2x^2 - 3x = 0$

$x(2x - 3) = 0$

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ 2x_2 - 3 = 0 \\ 2x_2 = 3 \\ x_2 = \frac{3}{2} \end{cases}$$

<u>Ecuaciones completas</u>

Si la ecuación está **completa** o sea que ninguno de sus coeficientes es igual a cero, los valores de x que la satisfacen se encuentran aplicando una formula, en la cual estos intervienen.

$$\mathbf{Ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x_1; x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

Ejemplo: $2x^2 + x - 10 = 0$ a = 2

b = 1

c = -10

$$x_1; x_2 = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4.2(-10)}}{2.2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 80}}{4} = \frac{-1 \pm 9}{4} \Rightarrow x_1 = \frac{-1+9}{4} = 2 \wedge x_2 = \frac{-1-9}{4} = -\frac{5}{2}$$

**Resuelvan las siguientes ecuaciones**

**a)** $\frac{2x+3}{x+4} = x - 1$

**b)** $x + 2 = \frac{5}{x}$

**c)** $(x - 1)^2 = 4$

**d)** $x^2 - 5x = 0$

**e)** $\frac{3}{x-2} + \frac{4}{x+2} = 7$